

# 复合材料层合板振动特性基础研究综述

罗英勤<sup>1</sup>, 李华东<sup>1</sup>, 洪明<sup>2\*</sup>

(1. 海军工程大学舰船与海洋学院, 武汉 430000; 2. 大连理工大学船舶工程学院, 大连 116024)

**摘要:** 对层合板理论发展进行了概述,在此基础上针对国内复合材料层合板振动特性相关文献涉及的基础研究进行了分类总结。综述了包括层合板、加筋层合板、阻尼层合板和其他特殊情况层合板在内的典型层合结构的固有振动特性基础研究。本文为相关研究提供了有益的研究参考价值。

**关键词:** 层合板; 固有特性; 加筋; 阻尼

**中图分类号:** TB332 **文献标识码:** A **文章编号:** 2096-8000(2020)01-0114-06

复合材料层合板在力学和功能上出现的协同效应使其表现出高比模量、高比刚度、耐磨损和耐腐蚀等特性,在航空、航天和船舶等领域得到了广泛应用。振动特性作为结构固有属性直接与其使用功能和应用范围密切相关,复合材料层合板强大的可设计性为振动性能设计提供了极大潜力。特别是在军事设备领域,结构振动引起的辐射噪声直接关乎其隐身性能,而隐身性能直接关乎作战设备的战斗力和生命力强弱。隐身探测技术的逐步加强更是对结构振动噪声性能提出了更严格的要求。目前已经有越来越多的部件采用复合材料层合板结构,如舰船桅杆、螺旋桨、导流罩、上层建筑以及潜艇舵翼等。这些结构在使用过程中也会因各种实际复杂服役环境表现出各种振动问题影响设备的功能使用,特别是有可能产生极大噪声影响隐身特性。振动问题产生的可能原因有结构设计缺陷、制造误差和安装误差等。为了能针对具体问题“对症下药”,有必要从复合材料层合板振动特性的理论研究出发分析实际振动问题产生的本质机理。因此,研究复合材料层合板的振动特性工程意义极为重大,受到广大科学工作者的高度重视。

层合板振动特性研究中常用的研究对象主要有层合板、加筋层合板、阻尼层合板和其他特殊情况层合板等。加筋层合板又可分为一般的加筋层合板<sup>[1-6]</sup>和格栅加筋层合板<sup>[7]</sup>,该结构的优点在于加筋设计为结构力学性能增强提供了更大的可能;含阻尼层层合板<sup>[8-11]</sup>由于其在减振降噪方面的优良性能而得

到了广泛的关注和研究;层合板层间性能较差,受到冲击后易发生层间分层、穿孔和纤维断裂等损伤,另外层合板结构服役环境复杂,可能伴随有较大的湿热变化,因此需要研究考虑损伤、湿热等特殊情况层合板的振动性能<sup>[12-17]</sup>。

## 1 层合板理论概述

随着层合板概念的提出,其相应的结构理论也开始发展。层合板理论与一般板理论发展一样经历了基于 Kirchhoff 假定的经典层合板理论,基于 Mindlin 假定的一阶剪切层合板理论和高阶层合板理论,所不同的是层合板由于具有分层性而发展起来了分层层合板理论。经典层合板理论最早由 Love<sup>[18]</sup> 于 1888 年基于 Kirchhoff 假设提出,该板模型位移模式简单、未知变量少且计算速度快,但是没有考虑剪切效应和横向挤压。Mindlin<sup>[19]</sup> 于 1951 年又提出了考虑横向剪切的一阶剪切层合板理论。Naghdi<sup>[20]</sup> 于 1957 年考虑横向挤压提出了二阶 Naghdi 板理论,其剖面位移场关系假设如下:

$$\begin{aligned} u &= u^0 + z\psi_x \\ v &= v^0 + z\psi_y \\ w &= w^0 + z\psi_z + z^2\xi_z \end{aligned} \quad (1)$$

Whitney 等<sup>[21]</sup> 于 1974 年将此理论应用于层合板。同年 Nelson 等<sup>[22]</sup> 提出了三个位移方向均关于厚度方向的二阶位移模式,并将此应用于层合板研究,其剖面位移场关系假设如下:

收稿日期: 2019-03-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51609252)

作者简介: 罗英勤 (1990-), 女, 博士研究生, 主要从事复合材料结构隐身技术方面的研究。

通讯作者: 洪明 (1959-), 男, 博士, 教授, 主要从事复合材料结构振动与噪声控制方面的研究, mhong@dlut.edu.cn。

$$\begin{aligned} u &= u^0 + z\psi_x + z^2\xi_x \\ v &= v^0 + z\psi_y + z^2\xi_y \\ w &= w^0 + z\psi_z + z^2\xi_z \end{aligned} \quad (2)$$

随后研究者们提出了更精确的 LCW<sup>[23]</sup>、Reddy<sup>[24]</sup>和 TM<sup>[25]</sup>高阶层合板理论。然而,无论是经典层合板理论、一阶剪切层合板理论还是高阶剪切理论,在计算剪切应力方面误差都比较大。80年代开始出现分层分析理论,即对层合板各子层进行单独分析,忽略沿厚度方向的正应变,满足层间的应力位移连续,而且能适应上、下表面的任意横向剪应力条件。Ferreira<sup>[26]</sup>提出了将层合板的各子层都视为 Mindlin 板的分层分析理论,设  $i$  层剖面位移场关系假设为:

$$\begin{aligned} u_i &= u_i^0(x, y) + z_i\varphi_{ix}(x, y) \\ v_i &= v_i^0(x, y) + z_i\varphi_{iy}(x, y) \\ w_i &= w(x, y) \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $Z_i$  为每层中面为起点的法向坐标,在第  $i$  层与第  $i+1$  层间节点位移连续,即条件为:

$$\begin{aligned} f_i &= u_{i+1}^0 - u_i^0 - 1/2[h_{i+1}(\varphi_x)_{i+1} - h_i(\varphi_x)_i] = 0 \\ g_i &= v_{i+1}^0 - v_i^0 - 1/2[h_{i+1}(\varphi_y)_{i+1} - h_i(\varphi_y)_i] = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

其他更多的分层理论可参见文献<sup>[27]</sup>。

为得到针对某具体问题更简化而又更精确的层合板结构理论模型,层合板高阶理论简化一直是理论研究的热点。师俊平等<sup>[28]</sup>基于 Hoff 理论,依据夹层板变形特点,提出了一阶剪切变形的修正位移模式。陈浩然等<sup>[29]</sup>在 1992 年提出了一种多层厚板的精化高阶剪切变形理论,其位移场如下:

$$\begin{aligned} u &= u^0 + \frac{h}{2}p_1(\zeta)\psi_x + \left(\frac{h}{2}\right)^2 p_2(\zeta)\xi_x + \left(\frac{h}{2}\right)^3 p_3(\zeta)\phi_x \\ v &= v^0 + \frac{h}{2}p_1(\zeta)\psi_y + \left(\frac{h}{2}\right)^2 p_2(\zeta)\xi_y + \left(\frac{h}{2}\right)^3 p_3(\zeta)\phi_y \\ w &= w^0 + \frac{h}{2}p_1(\zeta)\psi_z + \left(\frac{h}{2}\right)^2 p_2(\zeta)\xi_z \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $p_n(\zeta)$  为  $n$  阶 Legendre 多项式,其优越性在于各阶 Legendre 函数彼此正交且模为 1。张根全等<sup>[30-34]</sup>考虑法向应力和法向应变也提出了新位移模式。陈荣庚等<sup>[35]</sup>基于整体-局部位移假设推导出一种一阶、二阶和三阶剪切变形理论,经过验证,这些高阶理论既能很好地描述剪切变形,又能较好地计算整体位移参数和横向剪切应力。

板理论的发展其实就是随着位移场考虑板中面

垂直方向尺度也就是厚度影响的阶数来发展的。从理论上说,用这种方法得到的板理论总有一个阶数可以达到预期的计算精度。但实际中,增加极小的精度可能给计算的求解带来很大的复杂性。因此找到针对不同问题满足精度要求的合理的层合板理论是一个值得研究的问题。另外,简单板理论必然可以由高阶板理论经过简化得到,要根据实际问题选择合适的板理论,既要得到所需要的精度,同时还要尽量使计算简单及工作量最小。

## 2 层合板固有振动特性研究

### 2.1 层合板固有振动分析

层合板是层合板结构中最基本的结构,其振动特性的解析解和数值模拟方法研究都已经非常成熟。对层合板自由振动问题的解析解主要研究了基于不同阶次层合板理论的正交、对称和反对称铺设层合板在简支、固支、自由和混合边界条件下的固有频率和谐响应计算,以及各边界条件、正交各向异性比、铺层层数、宽厚比和长宽比等对固有频率的影响。杨杰等<sup>[36]</sup>考虑中面荷载作用效应,研究了对边界为混合型约束矩形层合板的振动特性,给出了响应问题的半解析算法,讨论了混合边界、纤维铺设和面内荷载等对振动特性的影响。师俊平等<sup>[37]</sup>根据哈密顿原理,基于经典层合板理论对任意铺设层合板推导了自由振动变分方程,在此方程的基础上得到了特殊正交、对称和反对称铺层矩形板在简支条件下振动基频的计算公式。夏传友等<sup>[38]</sup>和黄炎等<sup>[39]</sup>基于一阶剪切层合板理论得到了对称正交铺设层合板在各种边界条件下的自由振动解析解。高传宝等<sup>[40]</sup>基于一阶剪切层合板理论推导了复合材料层合圆柱壳的运动微分方程,采用波传播方法分析了圆柱壳的频率,具体讨论了  $h/R$ 、 $E_1/E_2$  和铺层角度对自由振动的影响。张根全等<sup>[30-34]</sup>考虑法向应力和法向应变提出了新高阶位移模式,并用 Rayleigh-Ritz 法分别分析了简支和固支边界条件下正交铺设复合材料层合板的自由振动,并分别讨论了正交各向异性比、铺层层数、宽厚比和长宽比对首阶固有频率的影响。董朝文等<sup>[41]</sup>从三维弹性力学基本方程出发,给出了正交各向异性层合板在对边自由和对边简支边界下的自由振动解析解,其用三维弹性力学方法的优点在于能比较方便地处理自由边界条件。

## 2.2 加筋层合板固有振动分析

加筋结构是工程实际中常见的结构,根据加筋的疏密又可以把常见的加筋结构分为一般加筋结构和格栅蜂窝加筋结构。对一般加筋结构主要研究了加筋位置、加筋尺寸和加筋疏密对结构的影响;对格栅加筋结构的振动特性研究起步较晚,相关研究有待进一步加强。

郎彦<sup>[3]</sup>和任贺历<sup>[4]</sup>计算了加筋层合板的振动模态、导纳和功率流,讨论了阻尼、激励点位置、边界条件和加筋疏密等因素对结构导纳和功率流的影响,为加筋板的参数研究提供了较高的参考价值。肖汉林等<sup>[6]</sup>根据 Love'S 壳体理论以及 Rayleigh-Ritz 能量法,研究了加筋布置、加筋尺寸、壳厚与壳体半径比值和壳体长度与半径比值对圆柱壳自振频率的影响。王海英<sup>[42]</sup>建立了考虑压缩变形的夹层板有限元模型,并采用 Timoshenko 梁模拟加强筋,求解了加筋夹层板的固有频率和响应,这种考虑横向压缩的加筋夹层板的研究为更精确的加筋结构模型提供了很大的参考价值。朱亮<sup>[7]</sup>推导了三角形胞元格栅结构的有效平板刚度。设计了三种不同胞元布局的格栅结构并选择出其中最佳的格栅构型用于机翼型盒段设计,基于 MSC.Nastran 优化程序进行二次开发,以层合板铺层角度为连续设计变量,对格栅加筋层合板的基频进行了优化,该文关于格栅结构模型的推导和研究为国内格栅加筋层合板的研究奠定了基础。王德鑫等<sup>[43]</sup>以蜂窝夹芯层合板为研究对象,通过实验和数值仿真的方法得到修正的蜂窝芯材参数,解决了有限元仿真和试验测试误差较大的问题。

## 2.3 阻尼层合板固有振动分析

对阻尼层合板主要研究了边界条件,阻尼层厚度、刚度、层数、分布位置和覆盖率,层板铺层顺序,混杂方式,分层长度,分层位置,剪切模量及层间应力对结构固有振动频率和损耗因子的影响,为阻尼层合板设计和优化提供了重要的参考价值。

含阻尼层复合材料结构的粘弹性涂层主要有约束阻尼层<sup>[44]</sup>与自由阻尼层。两者耗散能量的机理不同,前者基于剪切变形,后者基于拉压变形。约束阻尼层结构的减振效果优于自由阻尼层结构。李林等<sup>[11]</sup>基于 Kelvin 模型粘弹性材料的本构关系推导了自由阻尼层合板的动力微分方程,在四边简支边界条件下求得了层合板的固有频率和损耗因子解析

解。张海燕<sup>[44]</sup>研究了约束阻尼夹层板固有频率和损耗因子的一种有限元计算方法,并讨论了结构的固有频率和损耗因子与结构的边界条件、层合板的厚度和层数以及粘弹性材料的刚度之间的影响规律,得出的有益结论为阻尼设计提供了依据。胡明勇等<sup>[10]</sup>基于 Reddy 分层理论推导出约束阻尼层合板的稳态振动方程,得到了约束阻尼层合板的振动频率和损耗因子,并分别分析了约束阻尼层合板的粘弹性夹层厚度和模量对固有频率和损耗因子的影响。师俊平等<sup>[28]</sup>对夹层板的动态问题提出了包括面板及夹芯横向剪切变形的位移修正模式,给出了形成阻尼矩阵的方法,分析了夹层板的阻尼比与夹芯厚度、夹芯阻尼损耗因子以及夹芯剪切模量之间的关系。王宜<sup>[45]</sup>研究了约束层阻尼板和圆柱壳体的振动特性受阻尼层分布位置、覆盖率及阻尼材料厚度等的影响,指出通过优化这些参数能有效抑制某些特定频率下的结构振动。

## 2.4 特殊情况层合板固有振动分析

复合材料层合板广泛的应用范围及复杂的服役环境决定了有必要分析含损伤层合板、修理后层合板以及湿热环境下的层合板的振动特性。

含损伤层合板的自由振动问题研究的损伤形式主要有分层、穿孔和裂纹损伤等。分层损伤问题主要研究了分层形状、分层位置、分层长度、分层深度、分层数目、边界条件、加筋高度与板厚比和剪切滑移对结构振动特性的影响<sup>[1,46-49]</sup>;穿孔损伤问题主要研究了穿孔大小和位置对结构振动特性的影响<sup>[14,50-52]</sup>;裂纹损伤问题主要研究了裂纹面积和形状对结构振动特性的影响<sup>[2,53]</sup>。

对于修理层合板的自由振动问题研究,方尚庆<sup>[54]</sup>考虑工程实际,提出了一种层合板挖补修理方案的数字化设计方法,基于商业软件建立了不同修理构型的三维模型,研究了修理结构固有频率和稳态响应特性与挖除孔径、挖补角度和胶层材料参数等之间的影响规律。洪明等<sup>[49,55]</sup>将含损伤层合板的基板、上子板和下子板采用 Mindlin 板单元离散,以胶接单元模拟损伤区修复效应,讨论了补板的大小、尺寸和位置以及胶结材料物理性能对修补后结构动力特性的影响。

夏荣厚<sup>[56]</sup>建立了层合板在机械和热载荷共同作用下以中面位移为基本未知量的非线性动力学控制方程,分析了不同温度载荷参数下对称正交铺设

矩形层合板的基频与中心无量纲振幅之间的特征关系,并在均匀加热层合板的热过屈曲及热过屈曲静平衡构形附近分析了载荷参数、几何参数以及正交各向异性参数对频率的影响。刘芹等<sup>[57,58]</sup>在不同的热载条件下分析了合金材料、层合板和弹体结构的热振动特性,讨论了层合板边界约束、铺层角度及铺层层数对结构热振动频率的影响。杨自春<sup>[59]</sup>基于考虑温度效应、横向线应变和剪切应变的计算模型,研究了受热层合板的非线性热振动,推导了非线性有限元方程并结合逐次线性化和子空间迭代法求解了固有频率,最后还以大量数值算例研究了温度效应对幅频曲线的影响。贾宝惠等<sup>[17]</sup>采用有限元仿真的方法建立了考虑湿热的分层损伤模型,分析了含温度、湿度和分层对层合板振动特性的影响规律。

### 3 结束语

通过对国内文献进行分类总结,关于复合材料层合板振动特性的基础研究现状有如下观点:

(1)对复合材料层合板振动的解析解研究已经能够计算正交、对称和反对称铺设层合板在简单边界条件下的固有特性,但是任意铺设以及含复杂边界条件、温度和湿度等因素的层合板的自由振动解析解很难得到;

(2)对本文涉及的层合板振动特性研究中所采用的层合板理论按经典层合板理论(CLT)、一阶剪切层合板理论(FOSDLT)、高阶剪切层合板理论(HOSDLT)和分层理论(Zig-Zag)进行分类,如图1所示,说明一阶剪切层合板理论得到了最为广泛的应用;

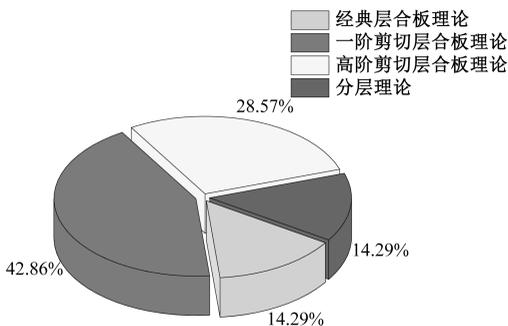


图1 按文章研究所基于的层合板理论

Fig. 1 Paper categories: According to the four laminated plate theories

(3)对于普通加筋层合板振动特性的研究相对比较成熟,而格栅夹层加筋结构自20世纪70年代提出以来,其各方面的力学性能都表现得非常突出,但实用性还处于验证阶段,现有文献对其研究方法主要有三维弹性力学分析方法、等效平面刚度理论和微极弹性理论,其中等效平面理论应用最为广泛,基于该理论有多种推导等效平面刚度的方法,而这些方法的正确性有待进一步的验证;

(4)对于阻尼层合板固有振动分析的研究文献非常多,但是对于阻尼的考虑大多是给定的材料参数而不是根据实际阻尼材料实测的材料参数,相关阻尼层合板的实验研究比较少,所以研究成果对于实际工程问题的指导有限,有必要在后期研究中加强阻尼层合板阻尼作用机制的实验研究探索;

(5)在对特殊情况层合板的振动特性研究中,含损层合板研究中大多是分析分层、穿孔和裂纹损伤对其振动特性的影响,分层损伤问题主要研究了单分层各个相关参数对结构振动特性的影响;穿孔损伤问题主要研究了穿孔大小和位置对结构振动特性的影响;裂纹损伤问题主要研究了裂纹面积和形状对结构振动特性的影响。对各种损伤组合、多分层、多穿孔和多裂纹下层合板的振动特性的分析有待进一步研究。另外,综合考虑湿热效应的层合板及含损层合板的研究比较少,随着层合板应用范围的扩大,该研究内容也是层合板振动研究的发展趋势。

### 参考文献

- [1] 吉桂秀. 含多分层复合材料层合板和加筋板的自由振动特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2006.
- [2] 白瑞祥, 陈浩然, 王蔓. 基体损伤对分层复合材料加筋板动力特性的影响研究[J]. 工程力学, 2006(3): 93-98.
- [3] 郎彦. 舰船复合材料结构基座振动特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2007.
- [4] 任贺厉. 舰船复合材料结构基座振动特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2008.
- [5] 胡选利, 戴宗妙. 阻尼夹层筋板结构有限元动力分析[J]. 应用力学学报, 1998(1): 12-17, 142.
- [6] 肖汉林, 刘土光, 张涛, 等. 复合材料纵横加筋圆柱壳自由振动分析[J]. 噪声与振动控制, 2005(6): 4-7, 47.
- [7] 朱亮. 复合材料格栅结构固有频率优化和低速冲击损伤研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
- [8] 邓年春, 邹振祝, 杜华军, 等. 约束阻尼板的有限元动力分析[J]. 振动工程学报, 2003(4): 101-104.
- [9] 钱振东, 陈国平, 朱德懋. 约束阻尼层板的振动分析[J]. 南京

- 航空航天大学学报, 1997(5): 45-50.
- [10] 胡明勇, 王安稳, 章向明. 约束阻尼层合板的稳态响应[J]. 应用力学学报, 2010(1): 214-218, 235-236.
- [11] 李林, 雷学亮, 姚刚. 自由阻尼层合板的振动特性分析[J]. 现代商贸工业, 2010(13): 384-385.
- [12] 赵晨熙, 朱和明, 张文兴. 含不同类型分层缺陷层合板的屈曲失效能[J]. 玻璃钢/复合材料, 2018(6): 16-21.
- [13] 翁添虎, 祖磊, 曹东风, 等. 无纺布增强碳纤维层合板 I 型层间断裂韧性研究[J]. 玻璃钢/复合材料, 2018(6): 22-27.
- [14] 孙振辉, 铁瑛, 李成, 等. 开孔 CFRP 复合材料层合板的损伤解析和实验探究[J]. 玻璃钢/复合材料, 2019(1): 5-10.
- [15] 陈星杰, 周仕刚, 宫占锋, 等. 复合材料层合板损伤区域扩展全过程分析[J]. 玻璃钢/复合材料, 2017(8): 36-41.
- [16] 邓志康, 昌磊, 祝奇枫, 等. 复合材料层合板贴补修理失效模式分析与修理参数选择[J]. 玻璃钢/复合材料, 2018(1): 29-37.
- [17] 贾宝惠, 张刚, 蔺越国, 等. 湿热环境下含分层平面编织玻璃纤维/环氧树脂基复合材料层合板振动特性[J]. 复合材料学报, 2019(4): 1-14.
- [18] Love A E H. On the small free vibrations and deformations of elastic shells[J]. Philosophical trans. of the Royal Society (London), 1888(17): 491-549.
- [19] Mindlin R D. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates[J]. Journal of Applied Mechanics, 1951(18): 31-38.
- [20] Naghdi P M. On the theory of thin elastic shells[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1957(14): 369-380.
- [21] Whitney J M, Sun C T. A refined theory for laminated anisotropic, cylindrical shells[J]. Journal of Applied Mechanics, 1974(2): 471-476.
- [22] Nelson R B, Lorch D R. A refined theory of laminated orthotropic plates[J]. Journal of Applied Mechanics, 1974(1): 177-183.
- [23] Lo K H, Christensen R M, Wu E M. A high-order theory of plate deformation-part 1: Homogeneous plates[J]. Journal of Applied Mechanics, 1977(1): 663-668.
- [24] Reddy J N. A simple high order theory for laminated composite plates[J]. J Appl Mech, 1984(4): 745-752.
- [25] Toledano A, Murakami H. A higher-order laminated plate theory with improved in-plane responses[J]. Int. J. Solids Structures, 1987(1): 111-131.
- [26] Ferreira A J M. Analysis of composite plates using a layerwise deformation theory and multiquadrics discretization[J]. Mech Adv Mater Struct, 2005(2): 99-112.
- [27] Carrera E. Historical review of Zig-Zag theories for multilayered plates and shells[J]. Mech Rev, 2003(6): 287-308.
- [28] 师俊平, 刘协会, 赵巨才, 等. 复合材料夹层板的振动及阻尼分析[J]. 应用力学学报, 1996(2): 132-136, 165.
- [29] 傅晓华, 陈浩然, 王震鸣. 复合材料多层厚板的精化高阶理论及其有限元法[J]. 复合材料学报, 1992(2): 39-47.
- [30] 张根全, 雷建平, 田晓英, 等. 边界条件对复合材料层板自由振动基础频率和横向剪切的影响[C]//第四届全国结构工程学术会议论文集(上). 1995.
- [31] 张根全, 任勇生, 雷建平, 等. 法向应力和法向应变对复合材料层板自由振动基础频率的影响[J]. 复合材料学报, 1996(2): 105-109.
- [32] 张根全, 谭学民, 赵永刚, 等. 固支边界条件下复合材料厚层板自由振动的正交多项式 Rayleigh-Ritz 解[J]. 复合材料学报, 1996(1): 118-122.
- [33] 张根全, 孙鲁原, 王明生, 等. 角交铺设厚层板自由振动的里兹法解[C]//第二届全国结构工程学术会议论文集(下). 1993.
- [34] 张根全, 张金文, 王俊奎. 双模数复合材料角交铺设厚层板的自由振动[J]. 复合材料学报, 1994(3): 91-96.
- [35] 陈荣庚, 张秀文. 复合材料层合板高阶剪切变形理论位移模式的研究[J]. 大连水产学院学报, 2003(3): 222-226.
- [36] 杨杰, 彭建设. 面内荷载作用下混合型边界约束复合材料层合板的振动特性[J]. 强度与环境, 2001(1): 26-31.
- [37] 师俊平, 刘协会, 赵巨才. 任意铺设复合材料层合板的自由振动[J]. 西安理工大学学报, 1997(2): 146-151.
- [38] 夏传友, 闻洲洲. 各种边界条件对称正交复合材料层板自由振动的解析法[J]. 复合材料学报, 1991(4): 89-99.
- [39] 黄炎, 唐羽章, 徐小利. 正交异性矩形薄板自由振动的一般解析解[J]. 工程力学, 2001(3): 45-52.
- [40] 高传宝, 张维衡, 戴起生. 用波传播方法分析复合材料层合圆柱壳的振动[J]. 噪声与振动控制, 2003(6): 1-4, 8.
- [41] 董朝文, 盛宏玉. 具有自由边的复合材料层合板的解析解[J]. 应用力学学报, 2005(3): 470-474, 512.
- [42] 王海英. 夹层结构振动声辐射特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2009.
- [43] 王德鑫, 王婷婷, 姜年朝, 等. 基于结构动力学修正法识别蜂窝芯层合板特性参数[J]. 玻璃钢/复合材料, 2018(7): 97-102.
- [44] 张海燕. 复合夹层板结构动力特性研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2005.
- [45] 王宜. 主动约束层阻尼结构的振动控制研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2010.
- [46] 吉桂秀, 李娇颜, 陈浩然. 多分层对复合材料层合板自振特性的影响[J]. 复合材料学报, 2007(4): 161-165.
- [47] 吉桂秀, 陈浩然, 洪明. 含多个分层损伤复合材料层合板的自振特性研究[C]//第十四届全国复合材料学术会议论文集(下). 2006.
- [48] 洪明, 陈浩然. 含分层损伤复合材料层合板声激励下振动特性研究[J]. 船舶力学, 2004(2): 94-100.
- [49] 洪明. 分层损伤复合材料层合板振动与声特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2003.
- [50] 漆文凯, 程博, 刘磊. 含分层损伤复合材料层合板振动特性[J]. 航空动力学报, 2013(4): 858-865.
- [51] 刘磊. 层合结构复合材料构件振动特性分析方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
- [52] 王飞, 王军, 程小全. 含损伤复合材料层合板振动特性研究[J]. 失效分析与预防, 2008(4): 12-17.

- [53] 白瑞祥, 张志峰, 陈浩然. 含面芯开裂损伤复合材料夹层板的自由振动[J]. 吉林大学学报(工学版), 2005(2): 199-204, 218.
- [54] 方尚庆. 复合材料层压板修理后动力学特性和稳定性影响研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2012.
- [55] 洪明, 陈浩然. 含分层损伤复合材料层合板胶接振动特性影响[J]. 大连理工大学学报, 2003(1): 24-27.
- [56] 夏荣厚. 复合材料层合板在热过屈曲静平衡构形附近的自由振动[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2006.
- [57] 刘芹. 弹体结构热振动特性分析[D]. 西安: 西北工业大学, 2004.
- [58] 刘芹, 任建亭, 姜节胜, 等. 复合材料薄壁圆柱壳热振动特性分析[J]. 机械强度, 2006(5): 643-648.
- [59] 杨自春. 受热复合材料层合板的非线性热振动——Part: 理论及数值分析[J]. 复合材料学报, 2000(2): 74-78.

## REVIEW OF THE VIBRATION CHARACTERISTICS OF COMPOSITE LAMINATED PLATES

LUO Ying-qin<sup>1</sup>, LI Hua-dong<sup>1</sup>, HONG Ming<sup>2\*</sup>

(1. College of Naval Architecture and Ocean Engineering of Naval University of Engineering, PLA, Wuhan 430000, China;

2. School of Naval Architecture & Ocean Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** As an inherent property of the structure, the vibration characteristics are closely related to its function and application. The designability of composite laminates offers great potential for designing the vibration performance. As the application range of composite laminates becomes more and more widely especially in military applications, the related vibration problems are also attracting many researcher's attention. It is extremely important to study the vibration characteristics of composite laminates. It is necessary to analyze the essential mechanism of actual vibration problems from the theoretical study of the vibration characteristics of composite laminates. So the theory for composite laminated plates are overviewed firstly. Then the domestic literature about the vibration characteristics of composite laminated plates are classified. The research of inherent vibration characteristics of the typical laminated structures including laminates, reinforced laminates, damping laminates and other special laminates are summed up, summarizing the current problems and future development directions and providing a useful reference for related studies.

**Key words:** laminated plates; inherent characteristics; reinforce; damping