

基于遗传算法的开孔复合材料层合板铺层优化

郭 琰¹, 黄 斌^{2*}, 钱征华³

(1. 宁波大学科学技术学院, 宁波 315211; 2. 宁波大学机械工程与力学学院, 宁波 315211;
3. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京 210016)

摘要: 针对开孔复合材料层合板铺层角度的优化设计问题,应用遗传算法以铺层角度为参数进行优化计算,并以一阶固有频率最大化为设计目标。开孔板的固有频率求解通过基于独立坐标耦合法的瑞利里兹法进行,再用遗传算法随机搜索获得一阶频率最大时的铺层角度。考虑了板的层数、孔大小、长宽比、边界条件等因素对优化的铺层角度影响。最后通过优化计算表明,对于方形板,层数和开孔大小不影响最优铺层,而长宽比对最优铺层角度影响重大。

关键词: 层合板; 孔; 铺层优化; 遗传算法; 一阶频率

中图分类号: TB332 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0999(2018)12-0005-06

1 前 言

纤维增强型复合材料因其优良的力学性能、较低的材料密度及耐腐蚀、耐高温等特性,在航空航天、车辆、体育器材等领域的应用越来越广泛,近一二十年来一直是研究的热点^[1]。这种复合材料的性能取决于纤维和基体材料两者的性能,并且与纤维的铺层角度密切相关。纤维的不同铺放角度直接影响复合材料的结构刚度、强度、固有频率等因素,因此可以通过设计纤维的不同铺放角度来达到预期的材料性能。同时,纤维增强型复合材料层合板在实际使用过程中,经常需要开孔,以满足部件连接、通管道、检修等功能。开孔不仅增加应力集中^[2],影响层合板的结构强度、使用寿命^[3,4],同时也会影响层合板的固有频率^[5,6],造成动力学特性的变化。因此,在设计开孔层合板的纤维铺层时需要避免开孔结构的共振现象,也可以设计一定的铺层角度使得开孔层合板达到预期的固有频率范围,使动力学性能满足设计要求。

复合材料层合板可以根据纤维铺放的角度不同,获得不同的物理性能,因此具有良好的可设计性。针对复合材料层合板的优化设计方法,通常可以采用遗传算法等人工智能方法进行^[7,8]。遗传算法是一种模拟生物进化过程而开发出的随机搜索方法,可以求解多变量的优化设计问题,获取全局最优解。目前已有相关国内外学者采用遗传算法对层合

板铺层问题进行了优化分析,但是主要以结构的强度、刚度、可靠性等为优化目标^[9,10],很少有文献以动力学特性为优化目标对层合板进行研究。晏飞等^[11]介绍了一种基于遗传算法的层合板刚度设计方法,并且以制造工艺性作为设计约束条件。许玉荣等^[12]建立了基于遗传算法的可靠性优化设计方法并分析了层合板结构的失效概率。郑国文等^[13]采用改进的双种群遗传算法,以当前载荷下还能承受的综合应力倍数为适应度函数,对复合材料层合板的铺层进行了优化设计。唐文艳等^[14]介绍了基于遗传算法并以临界屈曲载荷系数和固有振动基频为优化目标的壳体铺层优化设计方法。

针对复合材料层合板开孔的优化设计问题,目前还没有采用遗传算法并以一阶固有频率或指定动态特性为优化目标函数的相关研究。鉴于开孔对层合板动态特性的重要影响,为避免共振,达到设计要求的动态特性范围,优化开孔层合板的铺层角度以获取指定的固有频率非常重要。本文将介绍一种基于遗传算法的开孔层合板铺层优化设计方法,并以开孔板的一阶固有频率最大化为优化目标。开孔板一阶固有频率的计算将通过一种基于独立坐标耦合法的瑞利里兹法进行求解^[15]。最后通过算例获得不同边界条件下开孔板拥有最大一阶固有频率时的铺层角度,并研究层数、孔大小、板的长宽比等因素对最优铺层角度的影响。

收稿日期: 2018-04-08

基金项目: 国家自然科学基金 (11702150); 机械结构力学及控制国家重点实验室开放课题 (MCMS-0516Y01); 宁波市自然科学基金 (2016A610056); 宁波大学校科研基金 (XYL17019)

作者简介: 郭琰 (1988-), 女, 硕士, 助教, 主要从事复合材料轻量化设计与应用方面的研究。

通讯作者: 黄斌 (1987-), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为复合材料轻量化设计与电磁材料, huangbin@nbu.edu.cn。

2 层合板开孔模型

2.1 独立坐标系

本文以一块长宽高分别为 a, b, h 的矩形多层复合材料层合板为例进行数学建模, 开孔形状为矩形孔, 开孔大小为 $a_c \times b_c$, 孔的位置如图 1 所示。本文采用独立坐标系耦合法, 是通过板对孔分别采用不同的坐标系, 再建立两者的关系式实现的。文中层合板的坐标系定义为 (x, y, z) , 而孔的坐标系定义为 (x_c, y_c, z) 。为了计算方便采用无量纲法, 两坐标系可以定义为:

$$\xi = x/a, \eta = y/b \quad (1)$$

$$\xi_c = x_c/a_c, \eta_c = y_c/b_c \quad (2)$$

根据孔的位置示意图, 可以建立两坐标之间的关系式:

$$\xi = \frac{d_x}{a} + \frac{a_c}{a} \xi_c, \eta = \frac{d_y}{b} + \frac{b_c}{b} \eta_c \quad (3)$$

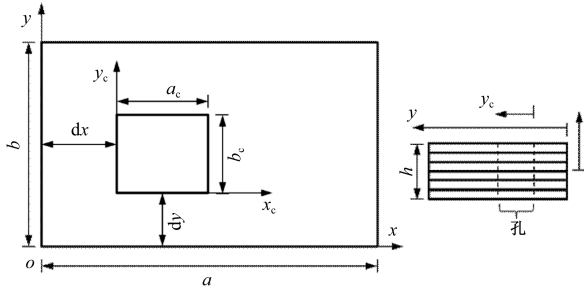


图 1 开孔层合板尺寸及坐标系

Fig. 1 Dimension and coordinate system of composite laminate with open-hole

2.2 瑞利里兹法

由于本文假设的孔为规则的方形孔, 因此可以采用瑞利里兹法对开孔的板进行振动问题求解。开孔板总的动能和弹性势能计算是通过分别计算出整个板(未开孔)和孔区域的动能和弹性势能, 再两者相减而得到的。其中整个板的动能和弹性势能可以表述为:

$$T = \frac{1}{2} \rho h \int_0^a \int_0^b \dot{w}(x, y, t)^2 dx dy \quad (4)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b (D_{11} (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4D_{66} (\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})^2 + D_{22} (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})^2) dx dy \quad (5)$$

孔区域的动能和弹性势能可以表述为:

$$T_c = \frac{1}{2} \rho h \int_0^{a_c} \int_0^{b_c} \dot{w}_c(x_c, y_c, t)^2 dx_c dy_c \quad (6)$$

$$V_c = \frac{1}{2} \int_0^{a_c} \int_0^{b_c} (D_{11} (\frac{\partial^2 w_c}{\partial x_c^2})^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w_c}{\partial x_c^2} \frac{\partial^2 w_c}{\partial y_c^2} + 4D_{66} (\frac{\partial^2 w_c}{\partial x_c \partial y_c})^2 + D_{22} (\frac{\partial^2 w_c}{\partial y_c^2})^2) dx_c dy_c \quad (7)$$

式中: $w(x, y, z, t)$ 和 $w_c(x_c, y_c, z)$ 分别为板和孔的挠度; ρ 为板的密度; D_{ij} 为弯曲刚度, 其表达式为:

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij} z^2 dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \bar{Q}_{ij}^{(k)} z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3) \quad (8)$$

其中 $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$ 为 k 层板的偏轴模量分量, 是关于弹性模量、泊松比和铺层角度的函数。

由于复合材料层合板每一层为各向正交材料, 其 k 层的弹性本构关系可以表述为:

$$\{\sigma_i\}_{(k)} = [Q_{ij}]_{(k)} \{\varepsilon_i\} \quad (9)$$

其中: $Q_{ij}^{(k)}$ 为板坐标系下的模量分量; σ_i 和 ε_i 分别为应力和应变分量。

通过变量分离和采用无量纲坐标, 可以假设板和孔的挠度分别为:

$$w(\xi, \eta, t) = \Phi(\xi, \eta) \mathbf{q}(t) \quad (10)$$

$$w_c(\xi_c, \eta_c, t) = \Phi_c(\xi_c, \eta_c) \mathbf{q}_c(t) \quad (11)$$

其中 Φ 和 Φ_c 为包含 n 和 n_c 项的假设函数。

再采用无量纲坐标, 以及式 (10)、式 (11), 可以将动能和势能的表达式写成无量纲的形式, 并用矩阵的形式进行表达。对板可以表述为:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}, V = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} \quad (12)$$

其中:

$$\mathbf{M} = \rho h a b \bar{\mathbf{M}}, \mathbf{K} = b/a^3 \bar{\mathbf{K}} \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{M}} = \int_0^1 \int_0^1 \Phi^T \Phi d\xi d\eta \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{K}} = \int_0^1 \int_0^1 (D_{11} \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + 2D_{12} \alpha^2 \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} + 4D_{66} \alpha^2 \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi \partial \eta} + D_{22} \alpha^4 \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2}) d\xi d\eta \quad (15)$$

对孔区域可以表示为:

$$T_c = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_c^T \mathbf{M}_c \dot{\mathbf{q}}_c, V_c = \frac{1}{2} \mathbf{q}_c^T \mathbf{K}_c \mathbf{q}_c \quad (16)$$

其中:

$$\mathbf{M}_c = \rho h a_c b_c \bar{\mathbf{M}}_c, \mathbf{K}_c = b_c/a_c^3 \bar{\mathbf{K}}_c \quad (17)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_c = \int_0^1 \int_0^1 \Phi_c^T \Phi_c d\xi_c d\eta_c \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_c = \int_0^1 \int_0^1 (D_{11} \frac{\partial^2 \Phi_c^T}{\partial \xi_c^2} \frac{\partial^2 \Phi_c}{\partial \xi_c^2} + 2D_{12} \alpha_c^2 \frac{\partial^2 \Phi_c^T}{\partial \xi_c^2} \frac{\partial^2 \Phi_c}{\partial \eta_c^2} + 4D_{66} \alpha_c^2 \frac{\partial^2 \Phi_c^T}{\partial \xi_c \partial \eta_c} \frac{\partial^2 \Phi_c}{\partial \xi_c \partial \eta_c} + D_{22} \alpha_c^4 \frac{\partial^2 \Phi_c^T}{\partial \eta_c^2} \frac{\partial^2 \Phi_c}{\partial \eta_c^2}) d\xi_c d\eta_c \quad (19)$$

在式(12)至式(19)中, α 和 α_c 分别定义为 $\alpha = a/b$ 和 $\alpha_c = a_c/b_c$ 。 $\bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{K}}, \bar{\mathbf{M}}_c, \bar{\mathbf{K}}_c$ 分别为板和孔的无量纲质量和刚度矩阵。

再将式(10)、式(11)中的假设函数 Φ 和 Φ_c 进一步通过变量分离法, 假设为:

$$\begin{aligned} \Phi_i(\xi, \eta) &= \phi_i(\xi) \psi_i(\eta), i = 1, 2, \dots, n \quad (20) \\ \Phi_{ci}(\xi_c, \eta_c) &= \phi_{ci}(\xi_c) \psi_{ci}(\eta_c), i = 1, 2, \dots, n_c \quad (21) \end{aligned}$$

令 $n = n_c$, 再将式(20)、式(21)代入式(14)、式(15), 可以得到无量纲的质量和刚度矩阵表达式:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{ij} &= X1_{ij} Y1_{ij}, (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (22) \\ \bar{K}_{ij} &= D_{11} X3_{ij} Y1_{ij} + 2D_{12} \alpha^2 X4_{ij} Y4_{ij} + 4D_{66} \alpha^2 X2_{ij} Y2_{ij} + D_{22} \alpha^4 X1_{ij} Y3_{ij} \quad (23) \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} X1_{ij} &= \int_0^1 \phi_i \phi_j d\xi, X2_{ij} = \int_0^1 \phi_i' \phi_j' d\xi \quad (24) \\ X3_{ij} &= \int_0^1 \phi_i'' \phi_j'' d\xi, X4_{ij} = \int_0^1 \phi_i \phi_j'' d\xi \\ Y1_{ij} &= \int_0^1 \psi_i \psi_j d\eta, Y2_{ij} = \int_0^1 \psi_i' \psi_j' d\eta \quad (25) \\ Y3_{ij} &= \int_0^1 \psi_i'' \psi_j'' d\eta, Y4_{ij} = \int_0^1 \psi_i \psi_j'' d\eta \end{aligned}$$

需注意的是, 如果假设在 x 和 y 方向的容许函数个数都为 m , 则一共有 m^2 个容许函数组合, 其等于 n 。然后可以分别定义容许函数为 $\chi_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 和 $\gamma_i (i = 1, 2, \dots, m)$, 并且表述为:

$$\begin{aligned} \phi_k &= \begin{cases} \chi_1 & 1 \leq k \leq m \\ \chi_2 & m+1 \leq k \leq 2m \\ \chi_3 & 2m+1 \leq k \leq 3m \\ \vdots & \\ \chi_N & (m-1)m+1 \leq k \leq m^2 \end{cases} \quad (26) \\ \psi_k &= \begin{cases} \gamma_k & 1 \leq k \leq m \\ \gamma_{k-N} & m+1 \leq k \leq 2m \\ \gamma_{k-2N} & 2m+1 \leq k \leq 3m \\ \vdots & \\ \gamma_{k-(N-1)N} & (m-1)m+1 \leq k \leq m^2 \end{cases} \quad (27) \end{aligned}$$

再者, x 方向的容许函数可以假设为均匀梁的振动模态方程, 而根据不同的边界条件, 可以给出不

同的模态方程。因此, 可以先假设 x 方向的容许函数, 并将模态方程代入式(26)、式(27)和式(24), 即可获得系数矩阵($\mathbf{X1}, \mathbf{X2}, \mathbf{X3}, \mathbf{X4}$)的值。同理, 在 y 方向也可以获得系数矩阵($\mathbf{Y1}, \mathbf{Y2}, \mathbf{Y3}, \mathbf{Y4}$)的值。之后, 代入式(22)、式(23)即可得到无量纲的质量和刚度矩阵。 x 和 y 方向采用不同的模态方程对应为不同的边界条件, 两方向不同的模态方程组合可以产生不同边界条件的板振动问题。而对于孔区域的无量纲质量和刚度矩阵, 式(18)、式(19)也可以采用同样的方法求解, 但仅采用自由边界条件的梁模态方程。

由于整个板和孔在孔区域需要保持位移一致性, 因此位移匹配条件必须得到满足, 其表达式为:

$$\begin{aligned} w_c(\xi_c, \eta_c, t) &= w(\xi, \eta, t) \quad (28) \end{aligned}$$

由式(10)、式(11)和式(20)、式(21), 式(28)可以进一步写成:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_c} \Phi_{cj}(\xi_c, \eta_c) q_{cj}(t) &= \sum_{j=1}^{n_c} \phi_{cj}(\xi_c) \psi_{cj}(\eta_c) q_{cj}(t) \quad (29) \\ &= \sum_{k=1}^n \Phi_k(\xi, \eta) q_k(t) = \sum_{k=1}^n \phi_k(\xi) \psi_k(\eta) q_k(t) \end{aligned}$$

式(29)两端乘以 $\phi_{ci}(\xi_c) \psi_{ci}(\eta_c)$, 再对两边进行积分, 可以得到以下方程:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_c} \int_0^1 \int_0^1 \phi_{ci}(\xi_c) \psi_{ci}(\eta_c) \phi_{cj}(\xi_c) \psi_{cj}(\eta_c) d\xi_c d\eta_c q_{cj}(t) \\ = \sum_{k=1}^n \int_0^1 \int_0^1 \phi_{ci}(\xi_c) \psi_{ci}(\eta_c) \phi_k(\xi) \psi_k(\eta) d\xi_c d\eta_c q_k(t) \quad (30) \end{aligned}$$

根据特征向量的正交特性, 式(30)可以写成:

$$\begin{aligned} q_{ci}(t) &= \sum_{k=1}^n \int_0^1 \phi_{ci}(\xi_c) \phi_k(\xi) d\xi_c \int_0^1 \psi_{ci}(\eta_c) \psi_k(\eta) d\eta_c q_k(t) \\ &= \sum_{k=1}^n (S_c)_{ik} q_k(t), i = 1, 2, \dots, n_c \quad (31) \end{aligned}$$

将式(31)写成矩阵形式, 可以得到:

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{S}_c \mathbf{q} \quad (32)$$

其中 \mathbf{S}_c 为两坐标系之间的传递矩阵。而总的动能和弹性势能可以通过将整块板的动能或弹性势能减去孔区域的动能或弹性势能得到:

$$\begin{aligned} T_{\text{total}} &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_c^T \mathbf{M}_c \dot{\mathbf{q}}_c \quad (33) \\ &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{S}_c^T \mathbf{M}_c \mathbf{S}_c \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}_T \dot{\mathbf{q}} \\ V_{\text{total}} &= \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} - \frac{1}{2} \mathbf{q}_c^T \mathbf{K}_c \mathbf{q}_c \quad (34) \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} - \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{S}_c^T \mathbf{K}_c \mathbf{S}_c \mathbf{q} = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K}_T \mathbf{q} \end{aligned}$$

其中:

$$\mathbf{M}_T = \rho h a b \bar{\mathbf{M}}_T, \mathbf{K}_T = b/a^3 \bar{\mathbf{K}}_T \quad (35)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_T = \bar{\mathbf{M}} - (\bar{a}_c \bar{b}_c) \mathbf{S}_c^T \bar{\mathbf{M}}_c \mathbf{S}_c \quad (36)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_T = \bar{\mathbf{K}} - \bar{b}_c / \bar{a}_c^3 \mathbf{S}_c^T \bar{\mathbf{K}}_c \mathbf{S}_c \quad (37)$$

$$\bar{a}_c = a_c/a, \bar{b}_c = b_c/b \quad (38)$$

因此,将无量纲的质量、刚度和传递矩阵等代入式(33)、式(34),即可获得总的动能和弹性势能。最后,利用拉格朗日方程就可以得到板的控制方程,并通过求解特征值问题获得板的自由振动频率和模态。

2.3 基于遗传算法的优化方法

为了优化开孔层合板的铺层,使之具有最大一阶固有频率,本文采用遗传算法对对称铺层的多层开孔层合板进行铺层优化计算。遗传算法是一种基于生物进化理论发展而来的高效的随机搜索与优化方法。在本文中,假设层合板每一层的厚度相同、铺层均匀且角度相同,因此每一层只有一个设计参数,即铺层角度,总的设计参数则取决于层合板的层数,即:

$$\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N/2}\} \quad (39)$$

其中: N 为层合板的总层数; θ_i 表示第*i*层的铺层角度,其值定义为整数,且范围为 $0^\circ \leq \theta_i \leq 90^\circ$ 。由于层合板为对称铺层,总的设计参数个数为层数的一半。铺层角度影响广义刚度矩阵,因此会影响开孔层合板的固有频率。本文优化开孔层合板铺层的目的是为了得到最大的一阶固有频率,因此将其作为唯一的优化目标函数。

$$\max(f(\theta)), 0^\circ \leq \theta_i \leq 90^\circ \quad (40)$$

本文中采用的遗传算法具体实施步骤为:

(1)首先设定最大进化代数 G_m 和种群数目 P ,以及每个个体长度为 $N/2$ 。采用随机方法初始化种群,其随机值的范围为 $(0,90)$;

(2)利用第2部分介绍的瑞利里兹法求解出以每个个体作为铺层参数的开孔板一阶固有频率(即适应度),通过比较每一个频率,分别获得频率最大值和最小值所对应的个体信息,为下一步工作进行筛选;

(3)设定交叉和变异率 P_c 和 P_m ,通过选择、交叉和变异生成新的第2代种群;

(4)重复(2)和(3),获得第3代种群,并一直计算直到进化代数达到最大,得到最终的目标函数,即

一阶频率的最大值。此时,最大一阶频率所对应的个体信息即为最优的铺层参数。

3 优化结果分析

根据前面介绍的瑞利里兹法和遗传算法,对一块开方孔的矩形层合板进行优化分析,以求得其具有最大一阶频率时的纤维铺层角度,并且研究不同的层数、孔的大小、边界条件等因素对优化的纤维铺层角度的影响规律。文中采用的材料属性为:

$$E_1 = 10 \times 10^6 \text{ psi}, E_2 = 1 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$G_{12} = G_{13} = 0.5 \times 10^6 \text{ psi}, G_{23} = 0.2 \times 10^6 \text{ psi}$$

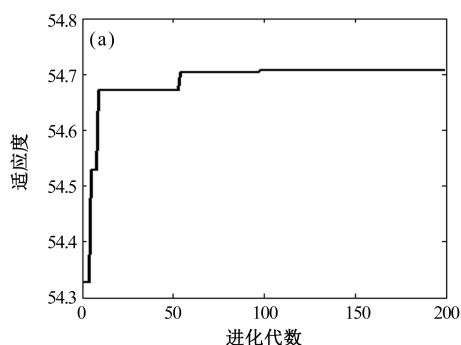
$$\nu_{12} = 0.25, \nu_{13} = 0.25, \rho = 1600 \text{ kg/m}^3$$

本文中得到的频率值均作无量纲处理,其中无量纲频率采用以下表达式处理:

$$\bar{\omega} = \omega a^2 / h \sqrt{\rho/E_1} \quad (41)$$

3.1 收敛性分析

首先研究基于遗传算法的开孔板铺层优化方法的结果收敛性问题。针对一块4层的四边简支方形板($a/b=1$),假设开孔位于板的几何中心,并且开孔也为方形($a_c/b_c=1$),考虑孔的大小分别为(a) $a_c/a=0.1$, (b) $a_c/a=0.3$ 和 (c) $a_c/a=0.5$ 三种情形。初始设定最大进化代数 G_m 为200,种群数目 P 为20,个体长度为2。通过随机产生第一代种群的数据,按照第2部分中介绍的步骤进行优化计算,可以得到最大适应度(最大一阶频率)关于进化代数的曲线。从图2中可以发现,对于三种不同的孔大小,进化代数大于100之后,最大一阶频率均达到收敛。通过该例子的计算发现,对于4层板,由于设计参数数量较少,仅为2个,因此收敛速度很快,计算结果十分精确。再者,当增加板的层数(即设计参数个数)至16层时,最大一阶频率也在200代以后达到收敛,计算效率十分高效,对于工程中开孔板的优化设计具有非常好的应用价值。



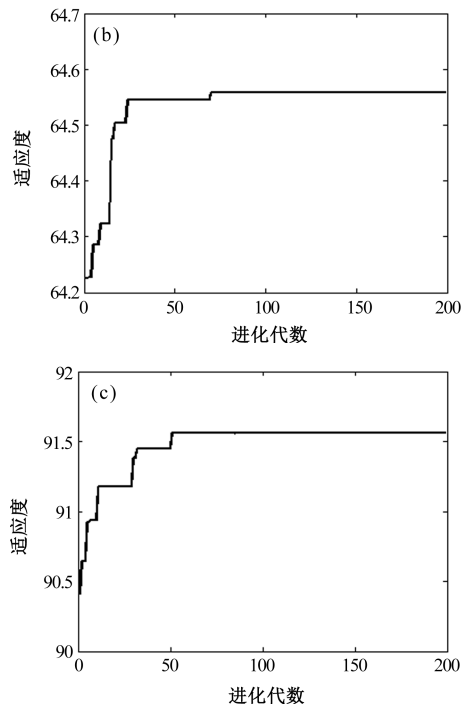


图 2 不同开孔尺寸下 4 层开孔简支方板
适应度函数的收敛性

Fig. 2 Convergence of the maximum fitness function for a four-layer simply-supported laminate with various hole size

3.2 影响因素分析

首先研究板的层数对开孔板具有最大一阶频率时铺层角度的影响。仍旧对一块方形的四边简支板进行分析($a/b=1$),选择 4,6,8,10 层的板,对应的设计参数分别为 2,3,4,5,并且考虑三种孔的尺寸大小。同样采用上述优化方法,可以得到不同层数和孔尺寸大小下开孔板的优化铺层角度。优化结果表明,对于不同层数和不同开孔尺寸的方形板,层数和孔大小不影响频率具有极大值时的铺层角度,铺层角度值均为 45° 。此时,求得的最大一阶无量纲频率变化规律如图 3 所示。

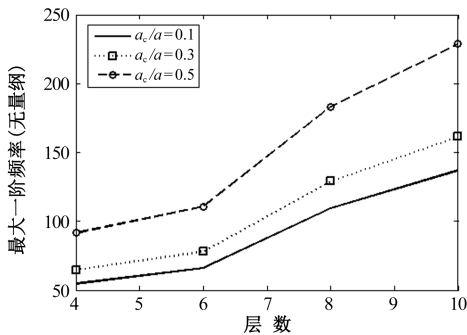


图 3 不同层数和孔大小的开孔四边简支方板
最大一阶无量纲频率

Fig. 3 Maximum first-order nondimensional frequency of simply-supported square laminate with various numbers of layers and hole sizes

由图 3 可知:当开孔尺寸增加时,板的一阶固有频率增加;当层数增加时,板的一阶固有频率也相应地增加。

从上面的例子可以发现对于方形板,层数和孔大小不影响最优铺层,那么猜测长宽比 a/b 的值是否会对最优铺层产生一定的影响。因此考虑一块四边简支的 4 层矩形板,开孔位于几何中心,并且孔的长宽分别为板长宽的一半,即 $a/a_c=0.5, b/b_c=0.5$,取长宽比 a/b 的范围为 0.1~10。通过上述优化方法,可以得到图 4 中的优化结果。从图 4 中可以看出:开孔板的一阶无量纲频率首先随着长宽比的增加而增加;当长宽比 $a/b=1$ 时,即为方形板,此时一阶频率达到最大值,所对应的优化铺层角度为 45° ;再增加长宽比时,一阶频率开始降低。由于对称性,长宽比等于 0.1 和 10 时,最大一阶频率值相等。而对于优化的铺层角度,当长宽比从 0.5 增加到 2 时,优化铺层角度随着长宽比的增加而增加;当长宽比小于 0.5 和大于 2 时,得到的优化铺层角度分别为 0° 和 90° 。图 5 为四边固定开孔板的最大一阶无量纲频率和优化铺层角度关于长宽比的曲线图。

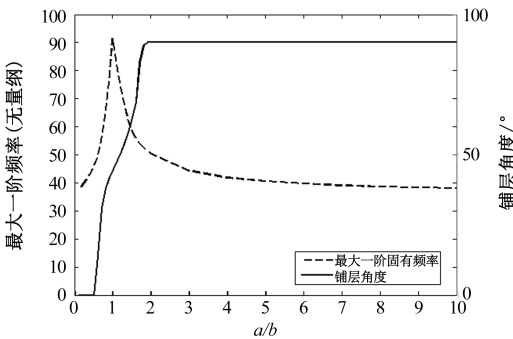


图 4 四边简支开孔板的最大一阶无量纲频率和
优化铺层角度 vs. 长宽比

Fig. 4 Maximum first-order nondimensional frequency and optimal layup stacking sequence vs. aspect ratio for four-edge simply-supported laminate with hole

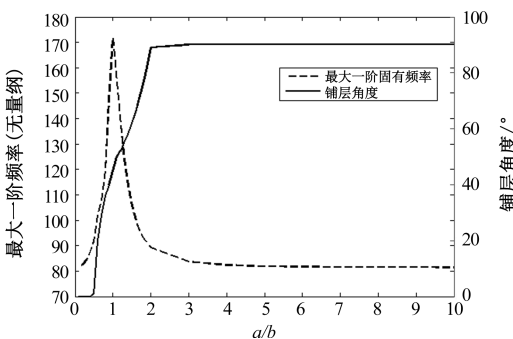


图 5 四边固定开孔板的最大一阶无量纲频率和
优化铺层角度 vs. 长宽比

Fig. 5 Maximum first-order nondimensional frequency and optimal layup stacking sequence vs. aspect ratio for four-edge clamped laminate with hole

相比于四边简支开孔板,四边固定开孔板具有较大的一阶频率,但是一阶固有频率和优化铺层角度关于长宽比的变化趋势跟四边简支的情形一致,从图中也可以得出类似的结论。

4 结 论

本文采用遗传算法和基于独立坐标耦合法的瑞利里兹法,对开孔复合材料层合板进行了铺层优化设计,使得开孔板具有最大的一阶固有频率。遗传算法具有搜索速度快、收敛性好等特点;基于独立坐标耦合法的瑞利里兹法能够精确地预测开孔板的振动频率,不需要使用计算量更大、更为复杂的有限元等数值计算方法。通过优化算例的分析可以得出以下结论:对于文中采用的这种直纤维矩形开孔板,层数、开孔大小和边界条件不影响最优的铺层角度,而长宽比对最优铺层角度影响重大。虽然工程中已经开始使用复杂的变角度纤维铺层方式,但是直纤维铺层简单高效,应用范围更广。对开孔的层合板,可以通过优化铺层角度获得预期的频率,满足设计使用要求。本文提供的设计方法,可为复合材料层合板的设计、制造、维修等提供理论指导。

参考文献

- [1] 薛忠民. 中国玻璃钢/复合材料发展回顾与展望[J]. 玻璃钢/复合材料, 2015(1): 5-12.
- [2] 郭绍伟, 张永存, 宋恩鹏, 等. 开孔碳纤维层合板层间应力分析[J]. 复合材料学报, 2011, 28(5): 228-233.

- [3] 姚宇超, 许希武, 毛春见. 湿热环境下开孔复合材料层合板的强度[J]. 材料科学与工程学报, 2015(33): 425-431.
- [4] 杜宇, 杨涛, 牛雪娟. 含孔复合材料层合板的结构参数对其屈曲性能的影响[J]. 玻璃钢/复合材料, 2015(11): 25-29.
- [5] 王栋, 禹志刚. 开孔对复合材料层合板振动频率影响研究[J]. 机械强度, 2012, 34(5): 657-661.
- [6] 卢翔, 李顶河, 冯振宇, 等. 含孔损伤复合材料层合板固有频率研究[J]. 玻璃钢/复合材料, 2009(9): 10-13.
- [7] 曹俊. 遗传算法及其在复合材料层合板设计中的应用的研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2003: 23-28.
- [8] Hwang Shun-FA, Hsu YA-Chu, Chen Yuder. A genetic algorithm for the optimization of fiber angles in composite laminates[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2014, 28(8): 3163-3169.
- [9] 冯消冰, 黄海, 王伟, 等. 基于遗传算法的层压板强度优化设计[J]. 玻璃钢/复合材料, 2012(3): 7-12.
- [10] Rodolphe LE Riche, Raphael T Haftka. Optimization of laminate stacking sequence for buckling load maximization by Genetic Algorithm[J]. AIAA Journal, 1993(31): 951-956.
- [11] 晏飞, 戴德海, 朱智春. 基于遗传算法的纤维增强复合材料层合板刚度设计方法[J]. 强度与环境, 2004, 31(2): 7-12.
- [12] 许玉荣, 陈建桥, 罗成, 等. 复合材料层合板基于遗传算法的可靠性优化设计[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(11): 1344-1347.
- [13] 郑国文, 谢习华. 基于改进双种群遗传算法的复合材料层合板铺层优化设计[J]. 玻璃钢/复合材料, 2017(6): 28-32.
- [14] 唐文艳, 顾元宪, 赵国忠. 复合材料层合板铺层顺序优化遗传算法[J]. 大连理工大学学报, 2004, 44(2): 186-189.
- [15] Huang BIN, Wang JI, Du Jianke, et al. Vibration analysis of a specially orthotropic composite laminate with rectangular cutout using independent coordinate coupling method[J]. Composite Structures, 2016, 150: 53-61.

OPTIMIZATION OF LAYUP STACKING SEQUENCE IN COMPOSITE LAMINATE WITH CENTRAL HOLE BASED ON GENETIC ALGORITHM

GUO Yan¹, HUANG Bin^{2*}, QIAN Zheng-hua³

(1. College of Science & Technology, Ningbo University, Ningbo 315212, China;

2. Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

3. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The Genetic Algorithm (GA) was applied to conduct the optimal design of layup stacking sequence in laminate with central hole, where the maximization of fundamental natural frequency was selected as the objective function. The fundamental frequency was calculated by using the Rayleigh Ritz method based on independent coordinate coupling method. The optimal layup stacking sequence was obtained by the GA for random search of layup stacking sequence. The effects of layer number, hole size, length to width ratio and boundary condition on the optimal layup stacking sequence were investigated. Finally, it is found that the layer number and hole size do not affect the optimal layup stacking sequence, while the length to width ratio has great influence on the optimal layup stacking sequence.

Key words: laminate; hole; layup optimization; Genetic Algorithm; fundamental frequency