

复合材料层合板动力学性能及影响参数的研究

王绍清^{1,2}, 刘 鹏¹, 梁 森^{2*}

(1. 潍坊科技学院山东省高校设施园艺实验室, 机械工程学院, 潍坊 262700; 2. 青岛理工大学机械与汽车工程学院, 青岛 266000)

摘要: 为了获取复合材料层合板结构的振动特性,以复合材料层合板为研究对象,利用有限元方法分析了该结构的动力学特性,并得到了该结构的主弹性模量比、长宽比和铺层方式对结构固有频率的影响规律。结果表明:结构的前四阶固有频率随着主弹性模量比值和长宽比的增加而增加;随着结构长度和宽度比值的增加,结构的前四阶固有频率的增加幅度增大;一阶固有频率和二阶固有频率随着主弹性模量比值的增加近似呈线性变化;对称层合板结构、反对称层合板结构和非对称层合板结构的前四阶固有频率随着层厚的增加而增加,与其他两种铺层方式相比,反对称层合板结构的前四阶固有频率较大。

关键词: 复合材料; 有限元; 反对称层合板; 固有频率

中图分类号: TB332 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0999(2018)12-0036-05

1 前 言

复合材料是由两种或两种以上不同的材料,通过物理和化学方法,组成在宏观上具有特定新功能的材料,具有比强度高、比模量高、制造工艺简单以及高温下稳定性好的特点,可广泛用于航空航天、园艺设施、建筑、医学、化工以及车辆船舶等多个领域。复合材料层合板作为典型的复合材料结构,其振动特性研究受到越来越多的关注^[1-3]。

文献[4-6]研究了简支层合板受谐波激励的动力学响应。文献[7-9]研究了不同激励(如瞬态力激励、稳态力激励)作用下复合层合板的响应特性。文献[10]针对传统算法收敛慢的问题,提出了一种引入自适应算子的改进双种群遗传算法,并采用 Matlab 和 Nastran 等软件对复合材料层合板的铺层顺序进行了优化。文献[11]结合修正后的 H-R 混合变分原理,建立了复合材料层合板杂交等参有限元列式,并同相关文献和 ABAQUS 软件得到的结果进行对比,证明了该方法所得的各个静力学参量更接近精确解。文献[12]利用边光滑有限元方法对复合材料层合板自由振动进行了分析,讨论了不同铺层角和铺设层数的反对称角铺设层合板基频的变化规律。文献[13]利用有限元的方法建立了复合材料层合板多尺度模型,预测了碳纳米管和纳米薄膜增强复

合材料层合板的宏观有效弹性模量。

本文以复合材料层合板为研究对象,利用有限元的方法对比分析了该结构动力学特性,并得到了结构的主弹性模量比、长宽比和铺层方式对结构固有频率的影响规律,为复合材料层合板结构的设计提供了理论支撑。

2 理论分析

利用有限元的方法分析复合材料层合板结构的振动特性^[14,15],对空间域进行离散,根据已经求出的节点位移,单元内位移 u 、 v 、 w 的插值函数如式(1)所示:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) u_i(t) \\ v(x, y, z, t) &= \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) v_i(t) \end{aligned} \tag{1}$$

$$w(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) w_i(t)$$

写成矩阵形式:

$$a = Nq^e \tag{2}$$

式中: $a = \begin{bmatrix} u(x, y, z, t) \\ v(x, y, z, t) \\ w(x, y, z, t) \end{bmatrix};$

收稿日期: 2018-09-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375248); 山东省高校设施园艺实验室资助项目(2018YY049)

作者简介: 王绍清(1985-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为复合材料动力学。

通讯作者: 梁森(1962-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为复合材料动力学, liangsen98@maist. xjtu. edu. cn。

$$q^e = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad q_i = \begin{bmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \\ w_i(t) \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \cdots, n)。$$

$$\{\varepsilon\} = [B] q^e \tag{3}$$

式中 $[B]$ 为应变矩阵。

在动载荷作用下,结构在给定瞬时的应变能的增量为:

$$\delta U = \iiint_v \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dv \tag{4}$$

外力包括体积力 $\{p_v\}$ 、面力 $\{\bar{P}\}$ 、集中力 $\{p\}$,还有加速度和速度引起的惯性力 $-\rho \{\ddot{a}\} dv$ 和阻尼力 $-v \dot{a} dv$,虚功 δW 可以表示为:

$$\delta W = \iiint_v \{\delta a\}^T \{p_v\} dv + \iint_A \{\delta a\}^T \{\bar{p}\} dA + \{\delta q\}^T \{p\} - \iiint_v \rho \{\delta a\}^T \{\ddot{a}\} dv - \iiint_v v \{\delta a\}^T \{\dot{a}\} dv \tag{5}$$

由虚位移原理可得:

$$\delta U = \delta W \tag{6}$$

由式(2)、式(3)、式(6)可得:

$$[K]^e \{q\}^e + [C]^e \{\dot{q}\}^e + [M]^e \{\ddot{q}\}^e = \iiint_v [N]^T \{p_v\} dv + \iint_A [N]^T \{\bar{p}\} dA + \{P\} \tag{7}$$

式中 $[K]^e$ 、 $[M]^e$ 、 $[C]^e$ 分别为单元的刚度矩阵、质量矩阵和阻尼矩阵。

将单元刚度矩阵、质量矩阵和阻尼刚度矩阵组成整个系统的刚度矩阵 $[K]$ 、质量矩阵 $[M]$ 、阻尼矩阵 $[C]$,得到系统结构的运动方程为:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \{R(t)\} \tag{8}$$

忽略阻尼影响,运动方程为:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = \{R(t)\} \tag{9}$$

方程右边为零,则系统的自由振动方程为:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = 0 \tag{10}$$

3 各参数对结构固有频率的影响

文献[16]利用有限元方法分析了不同跨厚比下的对称正交层合板的基频,结果如表 1 所示,有限元方法计算的结果与其他算法所得结果基本一致,验证了有限元方法求解复合材料层合板问题的有效性。

表 1 不同跨厚比下的对称正交层合板的基频
Table 1 Fundamental frequency of symmetric orthogonal laminates with different span to depth ratios

跨厚比 <i>a/h</i>	有限元方法求解 的基频/Hz	其它算法求解 的基频/Hz	误差 /%
5	8.848	8.935	-0.98
10	12.17	11.958	-1.74
20	13.976	14.004	0.2
50	14.928	14.906	-0.147
100	15.163	15.041	-0.8

本文利用有限元方法分析各参数对复合材料层合板结构固有频率的影响。复合材料层合板铺层方式取为 0°*t*/90°*t*/90°*t*/0°*t*,每层厚度*t* 取为 1 mm,长度*a* 取为 500 mm,宽度*b* 取为 500 mm,四边固支,单元大小为 2 mm,材料参数如表 2 所示。

表 2 复合材料参数
Table 2 Material parameters of composite

名 称		数 值		
材料密度/g·cm ⁻³		1.85		
拉伸模量 <i>E_x</i>	<i>E_y</i> /GPa	139.4	10.16	10.16
剪切模量 <i>G_{xy}</i>	<i>G_{yz}</i> /GPa	4.6	4.6	3.54
泊松比 <i>μ₁₂</i>	<i>μ₁₃</i> <i>μ₂₃</i>	0.3	0.3	0.436

3.1 主弹性模量比值对复合材料层合板动力学性能的影响

保持主弹性模量 *E_y* 不变,改变 *E_x* 的大小,分析不同主弹性模量比对结构固有频率的影响。主弹性模量 *E_y* 的初始值为 10.16 GPa,*E_x* 与 *E_y* 分别取为 2:1、4:1、6:1、8:1、10:1、12:1、14:1、16:1 和 18:1,分别计算结构的固有频率,求解结果如表 3 所示。

表 3 主弹性模量比值对结构动力学性能影响
Table 3 Influence of the ratio of principal elastic modulus on structural dynamic performance

<i>E₁/E₂</i>	一阶频率 /Hz	二阶频率 /Hz	三阶频率 /Hz	四阶频率 /Hz
2:1	75.66	141.85	166.51	223.94
4:1	92.96	159.01	218.06	268.64
6:1	107.60	174.90	259.46	296.06
8:1	120.48	189.53	294.93	317.45
10:1	132.08	203.11	326.39	337.50
12:1	142.72	215.82	354.91	356.41
14:1	152.60	227.81	374.34	381.14
16:1	161.85	239.18	391.42	405.55
18:1	170.58	250.01	407.74	428.43

由表 3 和图 1 可知,在保持主弹性模量 E_y 不变的情况下,增大 E_x 的值,即增大了主弹性模量比值,提高了结构的刚度,结构的前四阶固有频率随之增加,其中一阶固有频率和二阶固有频率随着主弹性模量比值的增加近似呈线性变化,这一规律可应用于复合材料的结构设计中。

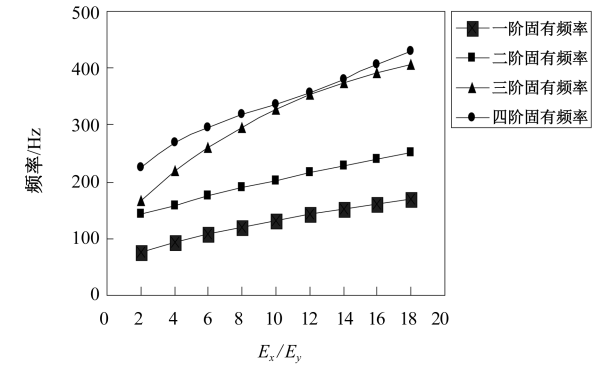


图 1 结构固有频率随主弹性模量比值的变化规律
Fig. 1 Variation law of the natural frequency with the ratio of principal elastic modulus

3.2 长宽比对复合材料层合板动力学性能的影响

保持层合板长度为 500 mm 不变,改变层合板宽度。薄板长度和宽度的比值分别取为 1:1、10:9、10:8、10:7、10:6、10:5、10:4、10:3、10:2,对薄板动力学特性进行求解,求解结果如表 4 所示。

表 4 长宽比对结构动力学性能影响
Table 4 Effect of length to width ratio on structural dynamics performance

a/b	一阶频率 /Hz	二阶频率 /Hz	三阶频率 /Hz	四阶频率 /Hz
1:1	151.26	226.18	371.89	377.60
10:9	158.58	259.50	381.46	444.21
10:8	170.37	308.65	387.72	478.22
10:7	190.14	383.42	398.51	534.27
10:6	224.81	418.66	502.09	631.00
10:5	288.88	460.01	702.27	777.25
10:4	416.21	554.62	842.37	1072.3
10:3	702.56	800.63	1031.0	1407.9
10:2	1520.3	1579.0	1723.0	1989.5

由表 4 和图 2 可知,增加结构长宽比,结构的前四阶固有频率随之增加,且随着结构长度和宽度比值的增加,结构的前四阶固有频率增加幅度随之增大。

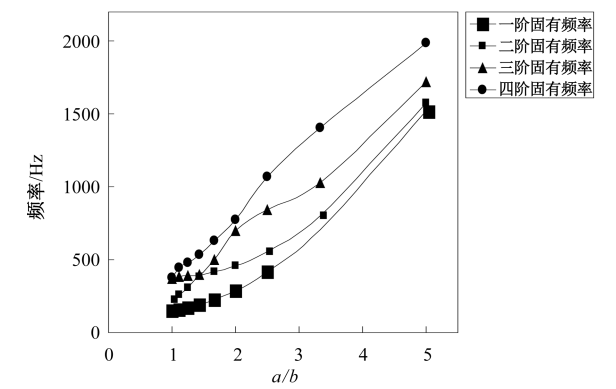


图 2 结构固有频率随长宽比的变化规律
Fig. 2 Variation law of the natural frequency with length to width ratio

3.3 铺层方式对结构动力学性能的影响

设复合材料层合板每层的厚度为 t ,选取四层对称层合板 $45^\circ t/30^\circ t/30^\circ t/45^\circ t$ 、四层反对称层合板 $-45^\circ t/30^\circ t/-30^\circ t/45^\circ t$ 和四层不对称层合板 $45^\circ t/30^\circ t/45^\circ t/30^\circ t$,对不同厚度 t 的复合材料层合板的前四阶固有频率进行求解,求解结果如表 5 至表 7 所示。

表 5 铺层厚度对对称层合板动力学性能影响
Table 5 Influence of layup thickness on dynamic performance of symmetric laminate

h	一阶频率 /Hz	二阶频率 /Hz	三阶频率 /Hz	四阶频率 /Hz
0.5	63.85	107.14	148.02	156.92
1	127.33	213.46	294.38	312.27
1.5	190.09	318.17	437.57	464.62
2	251.81	420.60	576.31	612.73
2.5	312.21	520.14	709.55	755.61
3	371.05	616.34	836.50	892.50

表 6 铺层厚度对反对称层合板动力学性能影响
Table 6 Effect of layup thickness on dynamic performance of anti-symmetric laminate

h	一阶频率 /Hz	二阶频率 /Hz	三阶频率 /Hz	四阶频率 /Hz
0.5	67.058	128.59	140.24	210.54
1	133.44	254.87	278.58	416.02
1.5	198.57	376.87	413.47	612.44
2	261.96	493.07	543.70	797.09
2.5	323.27	602.43	668.49	968.48
3	382.23	704.32	787.32	1126.1

表 7 铺层厚度对非对称层合板动力学性能影响

Table 7 Effect of layup thickness on dynamic performance of asymmetric laminate				
h	一阶频率 /Hz	二阶频率 /Hz	三阶频率 /Hz	四阶频率 /Hz
0.5	64.182	105.44	151.02	156.27
1	128.03	210.16	300.50	311.18
1.5	191.24	313.50	447.02	463.46
2	253.50	414.85	589.35	611.99
2.5	314.58	513.68	726.45	755.86
3	374.24	609.57	857.53	894.35

由表 5、表 6、表 7 和图 3 可知,增加对称层合板结构、反对称层合板结构和非对称层合板结构每层的厚度,前四阶固有频率随之增加。与其他两种铺层方式相比,反对称层合板结构的前四阶固有频率较大。由上可见,对于复合材料层合板,即使在相同的材料、厚度和层数等情况下,不同的铺设角度仍会对层合板的动力学性能产生较大的影响。

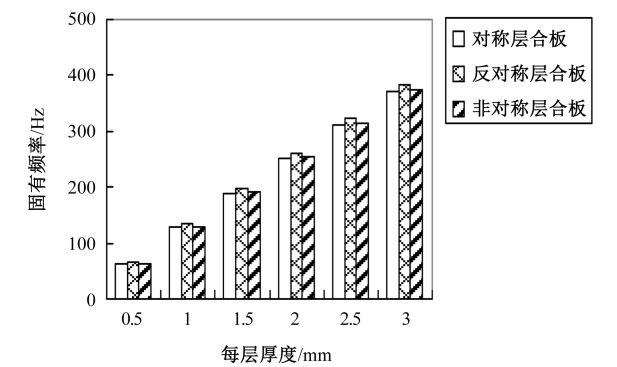


图 3 结构基频随铺层方式的变化规律

Fig. 3 Variation law of the fundamental frequency with the layering method

4 结 论

以复合材料层合板为研究对象,利用有限元方法分析了主弹性模量比、长宽比和铺层方式对结构动力学特性的影响,得到了各参数对层合板固有频率的影响规律,结论如下:

- (1)结构的前四阶固有频率随着主弹性模量比值的增加而增加,其中一阶固有频率和二阶固有频率随着主弹性模量比值的增加近似呈线性变化;
- (2)结构的前四阶固有频率随着结构长宽比的增加而增加,且随着结构长度和宽度比值的增加,结

构前四阶固有频率的增加幅度随之增大;

(3)对称层合板结构、反对称层合板结构和非对称层合板结构的前四阶固有频率随着层厚的增加而增加。与其他两种铺层方式相比,反对称层合板结构的前四阶固有频率较大。

参考文献

[1] 蒋凌澜,陈阳. 树脂基复合材料在航天飞行器气动热防护上的应用研究[J]. 玻璃钢/复合材料, 2014(7): 78-84.

[2] 邢丽英,包建文,礼嵩明,等. 先进树脂基复合材料发展现状和面临的挑战[J]. 复合材料学报, 2016, 33(7): 1327-1338.

[3] 张少辉,陈花玲. 国外纤维增强树脂基复合材料阻尼研究综述[J]. 航空材料学报, 2002, 22(1): 58-62.

[4] Abe A, Kobayashi Y, Yamada G. Two-mode response of simply supported, rectangular laminated plates [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 1998, 33(4): 675-690.

[5] Abe A, Kobayashi Y, Yamada G. Three-mode response of simply supported, rectangular laminated plates[J]. JSME International Journal. Series C, Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing, 1998, 41(1): 51-59.

[6] Wang J, Liew K M, Tan M J, et al. Analysis of rectangular laminated composite plates via FSDT meshless method [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2002, 44(7): 1275-1293.

[7] Turkman H S, Mecitoglu Z. Nonlinear structural response of laminated composite plates subjected to blast loading[J]. AIAA Journal, 1999, 37(12): 1639-1647.

[8] Ribeiro P, Petyt M. Geometrical non-linear, steady state, forced, periodic vibration of plates, part I: model and convergence studies [J]. Journal of Sound and vibration, 1999, 226(5): 955-983.

[9] Zhang W. Global and chaotic dynamics for a parametrically excited thin plate [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 239(5): 1013-1036.

[10] 郑国文,谢习华. 基于改进双种群遗传算法的复合材料层合板铺层优化设计[J]. 玻璃钢/复合材料, 2017(6): 28-32.

[11] 卿光辉,贾瑞升. 复合材料层合板的杂交有限元方法[J]. 中国民航大学学报, 2013, 31(1): 82-84, 88.

[12] 李明,李宁,李净,等. 基于边光滑有限元方法的三角形单元在复合材料反对称铺设角层合板的自由振动分析中的应用[J]. 船海工程, 2013, 42(3): 21-24.

[13] 谢桂兰,赵锦泉,田杰,等. 均匀化有限元法预测复合材料层合板宏观有效弹性性能[J]. 玻璃钢/复合材料, 2014(7): 23-27.

[14] Ping Zhu, Z.X Lei, K.M. Liew. Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory[J]. Composite Structures, 2012, 94(4): 1450-1460.

[15] 余清勇. 复合材料定向器有限元分析及结构优化[D]. 南京: 南京理工大学, 2005.

[16] 晁爱芳,沙云东,傅文君. 基于有限元方法的复合材料层合板自由振动分析[J]. 沈阳航空工业学院学报, 2008(4): 52-55, 66.

STUDY ON DYNAMICS PERFORMANCE AND INFLUENCE
PARAMETERS OF COMPOSITE LAMINATES

WANG Shao-qing^{1,2}, LIU Peng¹, LIANG Sen^{2*}

(1. Facility Horticulture Laboratory of Universities in Shandong, School of Mechanical Engineering, Weifang University of Science and Technology, Weifang 262700, China; 2. School of Mechanical and Automotive Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266000, China)

Abstract: In order to obtain the vibration characteristics of composite laminate structure, the composite laminate is taken as the research object. The kinetic properties of the structure were analyzed by finite element method. The influence of the main elastic modulus ratio, length to width ratio and layup mode on the natural frequency of the structure is obtained. The results show that the initial fourth natural frequencies of the structure increase with the increase of the main elastic modulus ratio and the length to width ratio. As the length to width ratio of the structure increases, the initial fourth natural frequencies of the structure increase with increasing amplitude. The first-order natural frequency and the second-order natural frequency change approximately linearly with an increase in the ratio of the principal elastic modulus. The initial fourth natural frequencies of the symmetric laminate structure, the antisymmetric laminate structure and the asymmetric laminate structure increase with the increase of the layer thickness, compared with the other two laminate methods, the initial fourth natural frequencies of the antisymmetric laminate structure is larger.

Key words: composite material; finite element; antisymmetric laminated plates; natural frequency

欢迎订阅 2019 年《砖瓦》杂志
——烧结砖瓦、砌块、墙板、彩瓦、路砖

《砖瓦》杂志 1971 年创刊,是国内外公开发行的、面向我国墙体屋面材料行业的核心优秀科技期刊,中国学术期刊综合评价数据库(CAJCED)统计源期刊、中国期刊全文数据库(CJFD)全文收录期刊,“万方数据-数字化期刊群”核心期刊。《砖瓦》杂志权威报道以烧结砖瓦为主的墙体屋面材料行业发展动态、最新科研成果、新产品、新技术、节能环保、废弃物利用、砖瓦文化及绿色节能建筑,以及古建筑、园林设计、砖瓦历史文化、现代建筑应用、节能减排、废弃物综合利用、墙材机械装备及相关配套产品的应用。《砖瓦》杂志是中国砖瓦界与国际交流的重要窗口,是广大读者获取行业最新信息和技术的重要渠道,也是科技人员进行学术探讨、技术交流的重要平台。每年由《砖瓦》杂志社主办的技术交流行业博览会得到了业内的极大关注。《砖瓦》为月刊,国际刊号:ISSN 1001-6945,国内刊号:CN61-1145/TU,全年 12 期,每期 72 页,大 16 开本,封面和插页均采用铜版纸四色胶印,邮局订阅(邮发代号:52-37)或编辑部邮购订阅均可。全年定价 180 元(含邮费)。欢迎订阅,欢迎各企业刊登广告,欢迎投稿。

地址:陕西省西安市长安南路 6 号	邮编:710061
电话:(029)85221486 85221476	传真:(029)85221476
邮件地址(E-mail):qiangcai@vip.sina.com	网址:www.brick-tile.com